

El desarrollo de la competencia matemática

Desde una perspectiva genérica, Coll (2007) asume que la educación es un campo de conocimiento y de actividad profesional especialmente proclive a la aparición y difusión de conceptos y enfoques presentados a menudo como «novedosos» y portadores de soluciones a todos los problemas y carencias existentes, que pueden llegar a alcanzar un grado considerable de aceptación en periodos de tiempo relativamente breves. Su vigencia, según este autor, suele ser también breve, ya que sucumben con relativa rapidez y escasa resistencia ante nuevas oleadas de conceptos y enfoques, supuestamente más «novedosos» y portadores de mejores soluciones, que vienen a sustituirlos. Así, la historia de las ideas y del pensamiento educativo deviene un proceso de refundaciones sin fin antes que una evolución de ideas y planteamientos que se van enriqueciendo, afinando y diversificando de manera progresiva.

En este capítulo no queremos caer en un discurso retórico sobre la importancia de las competencias básicas en general o de la competencia matemática en particular. Más allá de este componente de moda, pretendemos hacer hincapié en los elementos interesantes asociados al concepto de competencia matemática que, desde nuestro punto de vista, suponen un avance en la manera de plantearse, afrontar y buscar soluciones a algunos de los problemas y dificultades que surgen y resurgen en la educación primaria ante el reto de educar matemáticamente a los alumnos.

Coll (2007) sugiere cuatro ideas clave asociadas al concepto de competencia en lo que concierne al tipo de aprendizaje que se desea promover. Estas cuatro ideas son aplicables a la adquisición progresiva de la competencia matemática por parte de los alumnos de 6 a 12 años. La primera idea se refiere a la movilización de los conocimientos. Desde este enfoque, ser competente en matemáticas significa ser capaz de activar y utilizar conocimientos relevantes para afrontar situaciones relacionadas con las matemáticas. La segunda idea es la integración de tipos de conocimientos, es decir, la movilización articulada e interrelacionada de conocimientos factuales y conceptuales, habilidades prácticas, actitudes, valores, etc. La tercera idea se refiere a la importancia del contexto en el que se adquieren las competen-

cias y en el que se aplicarán, ya que las competencias no pueden desligarse de los contextos de práctica. Finalmente, la última idea es la prioridad otorgada en la educación básica a la adquisición de un tipo especial de competencias, imprescindibles para el desarrollo de la competencia matemática: las que convierten a un aprendiz en un aprendiz competente, las que están en la base de la capacidad para seguir aprendiendo a lo largo de la vida, las que permiten desarrollar las capacidades metacognitivas que hacen posible un aprendizaje autónomo y autodirigido.

Estas cuatro ideas que se recogen en las experiencias que presentamos concuerdan, por un lado, con los planteamientos relativos a la génesis del pensamiento matemático y, por otro lado, mantienen vínculos estrechos con las reflexiones en torno a la enseñanza de las matemáticas en la etapa 12-18 presentadas en el capítulo siguiente, sobre todo en lo que concierne al desarrollo del pensamiento crítico. El desarrollo de la competencia matemática precisa que el alumnado se sienta bien en su contexto, perciba que pertenece a una comunidad y que sus contribuciones y las de los demás son relevantes; comunique sus experiencias y aprenda a escuchar las de los otros; e interactúe con el entorno, dando respuesta a los principios mencionados en el capítulo anterior: bienestar, pertenencia, contribución, comunicación y exploración.

Además, la competencia matemática conduce al pensamiento crítico, que puede entenderse como un tipo de estrategia de pensamiento que coordina operaciones vinculadas a habilidades básicas como comparar, inferir, sintetizar, predecir, etc. La competencia matemática y el pensamiento crítico se retroalimentan: la adquisición progresiva de la competencia matemática facilita el desarrollo del pensamiento crítico y el pensamiento crítico es cualitativamente mejor a medida que se es matemáticamente más competente.

Pero ¿qué significa ser matemáticamente competente? Bruer (1995) expone que un aprendiz competente es el que conoce y regula sus procesos de aprendizaje, desde el punto de vista cognitivo y emocional, y puede hacer uso estratégico de sus conocimientos, ajustándolos a las exigencias del contenido o tarea de aprendizaje y a la situación. Desde el ámbito de la educación matemática, Alsina (2006) sugiere que en la escuela no basta con adquirir conocimientos matemáticos, sino que es necesario saber aplicarlos en situaciones reales. Se trata de llenar de significado una de las finalidades de las matemáticas en la enseñanza obligatoria: el aspecto funcional, ya mencionado hace años por Puig Adam (1956), al señalar que los aspectos de utilidad marcarían los contenidos que se deben enseñar y los aspectos de ra-

zonamiento la forma de enseñarlos. En esta línea, Niss (2002) define la competencia matemática como la habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de situaciones en las que las matemáticas desempeñan o pueden desempeñar un papel.

Este autor identifica ocho competencias matemáticas que clasifica en dos grupos: el primer grupo tiene que ver con la capacidad de preguntar y responder preguntas dentro de y con las matemáticas, y el segundo grupo con la capacidad de hacer frente y gestionar el lenguaje matemático y sus herramientas. Estas competencias, centradas en lo que las personas pueden hacer, tienen que ver con procesos mentales o físicos, actividades y comportamientos (véase cuadro 1).

Cuadro 1. Grupos de competencias matemáticas según Niss (2002)

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS	
Primer grupo: preguntar y responder preguntas dentro de y con las matemáticas	
1. <i>Domínio de modos de pensamiento matemático, como:</i>	■ Plantear preguntas que son propias de las matemáticas y conocer el tipo de respuestas que las matemáticas pueden ofrecer. ■ Comprender y manejar las posibilidades y limitaciones de un determinado concepto. ■ Ampliar las posibilidades de un concepto extrayendo algunas de sus propiedades o generalizando resultados. ■ Diferenciar los diferentes niveles de las matemáticas (afirmaciones condicionadas del tipo «si-entonces», hipótesis, definiciones, teoremas, conjeturas o casos).
2. <i>Planteamiento y resolución de problemas matemáticos, como:</i>	■ Identificar, plantear y especificar diferentes tipos de problemas matemáticos: puros o aplicados; abiertos o cerrados. ■ Resolver diferentes tipos de problemas matemáticos, planteados por otros o por uno mismo, de diferentes maneras cuando sea necesario.
3. <i>Análisis y construcción de modelos, como:</i>	■ Analizar los fundamentos y las propiedades de los modelos existentes, incluida la evaluación de sus posibilidades y de su validez. ■ Decodificar los modelos existentes. ■ Realizar actividades de modelización en un contexto: estructurar y matematizar el contexto; trabajar con el modelo, incluyendo la solución de problemas a que da lugar; validar el modelo, interna y externamente; analizar y criticar el modelo; comunicar sobre el modelo y sus resultados; vigilar y controlar el proceso de modelización.

Segundo grupo: gestionar el lenguaje matemático y las herramientas matemáticas

4. Razonamiento matemático, como:

- Seguir y evaluar cadenas de argumentos.
- Conocer qué es una demostración matemática (y qué no es) y en qué se diferencia de otros tipos de razonamiento matemático, como por ejemplo el heurístico.
- Descubrir las ideas básicas en una línea de argumento (sobre todo en una prueba), incluyendo la distinción de líneas principales de los detalles e ideas de los tecnicismos.
- Elaborar formal e informalmente argumentos matemáticos y demostrar declaraciones.

5. Representación de entidades matemáticas, como:

- Comprender y utilizar (decodificación, interpretación, distinción) diferentes tipos de representaciones de objetos matemáticos, fenómenos y situaciones.
- Comprender y utilizar relaciones entre distintas representaciones de la misma entidad, y conocer sus puntos fuertes y sus limitaciones.
- Elegir y cambiar diferentes representaciones.

6. Manejo de símbolos matemáticos y formalismos, como:

- Decodificar e interpretar simbólica y formalmente el lenguaje matemático, así como la comprensión de sus relaciones con el lenguaje natural.
- Comprender la naturaleza y las normas de los sistemas matemáticos formales, tanto la sintaxis como la semántica.
- Traducir del lenguaje natural al formal y simbólico.
- Manejar declaraciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas.

7. Comunicación en, con y acerca de las matemáticas, como:

- Comprender textos escritos, visuales u orales que tengan un contenido matemático, en una variedad de registros lingüísticos.
- Expresar estas cuestiones de forma escrita, visual u oral, con diferentes niveles de precisión teórica y técnica.

8. Uso de recursos y herramientas, como:

- Conocer la existencia y propiedades de instrumentos y recursos disponibles para la actividad matemática, y conocer sus posibilidades y limitaciones.
- Ser capaces de utilizar reflexivamente dichos recursos y herramientas.

Podemos extraer que ser matemáticamente competente implica:

- Pensar matemáticamente: construir conocimiento matemático en situaciones donde tenga sentido, experimentar, intuir, relacionar conceptos y abstraer.
- Razonar matemáticamente: realizar deducciones e inducciones, particularizar y generalizar; argumentar las decisiones, así como los procesos y las técnicas.
- Plantear y resolver problemas: leer y entender el enunciado, generar preguntas, planificar y desarrollar estrategias de resolución y validar soluciones.
- Obtener, interpretar y generar información con contenido matemático.
- Usar técnicas matemáticas básicas (para contar, operar, medir, situarse en el espacio y organizar y analizar datos) e instrumentos (calculadoras y tecnologías de la información, de dibujo y medida) para hacer matemáticas.
- Interpretar y representar expresiones, procesos y resultados matemáticos con palabras, dibujos, símbolos, números y materiales.
- Comunicar el trabajo y los descubrimientos a los demás, tanto oralmente como por escrito, usando de forma progresiva el lenguaje matemático.

La adquisición progresiva de la competencia matemática por parte de los alumnos de 6 a 12 años viene determinada por dos aspectos esenciales: qué contenidos aprenden en la escuela y cómo los aprenden. En relación con los contenidos matemáticos que se aprenden en educación primaria, el National Council of Teachers of Mathematics (2006) ha publicado los «Curriculum Focal Points», es decir, los contenidos esenciales del currículo de matemáticas que debe aprender un alumno para ser matemáticamente competente. Para seleccionar estos contenidos se han considerado tres criterios: tienen que ser matemáticamente importantes, tanto para saber matemáticas como para aplicarlas dentro y fuera de la escuela; deben ser coherentes con lo que se sabe acerca del aprendizaje de las matemáticas; y tienen que conectar de forma lógica con las matemáticas de niveles anteriores y posteriores. El cuadro 2 sintetiza estos contenidos.

En el documento original se describe con mayor detalle cada contenido, se exponen conexiones y se hace hincapié en aspectos metodológicos como el trabajo en contextos de resolución de problemas, razonamiento, comunicación, representación y en relación con otras disciplinas escolares y el

Cuadro 2. Contenidos básicos de aprendizaje matemático en educación primaria

CURRÍCULUM FOCAL POINTS (NCTM, 2006)	
6-7 años	▪ Comprensión de la suma y de la resta y estrategias de cálculo. ▪ Comprensión de relaciones entre números, incluidas la decena y la centena. ▪ Composición y descomposición de formas geométricas.
7-8 años	▪ Comprensión del sistema decimal y del valor posicional de los números. ▪ Cálculo mental con sumas y restas. ▪ Práctica de medidas: medición de longitudes.
8-9 años	▪ Comprensión de la multiplicación y de la división y estrategias de cálculo. ▪ Comprensión de la noción de fracción: fracciones equivalentes. ▪ Descripción y análisis de propiedades geométricas de formas bidimensionales.
9-10 años	▪ Cálculo mental con multiplicaciones. ▪ Comprensión de los números decimales y de su relación con las fracciones. ▪ Comprensión de la noción de superficie y medida de superficies bidimensionales
10-11 años	▪ Comprensión y agilidad en la división con números enteros. ▪ Comprensión y agilidad en la suma y resta de fracciones y decimales. ▪ Descripción de formas tridimensionales y análisis de propiedades geométricas, incluidos el volumen y la superficie.
11-12 años	▪ Comprensión en la multiplicación y división de fracciones y decimales. ▪ Relaciones entre la multiplicación y la división. ▪ Escritura, interpretación y uso de expresiones algebraicas y ecuaciones.

entorno. Se afirma además que, a pesar de que los contenidos anteriores son esenciales para la adquisición de la competencia matemática, debe tenerse en cuenta que ésta difícilmente se adquiere si no se orienta el aprendizaje de estos contenidos de manera que se posibilite su utilización fuera de las clases de matemáticas, en la vida diaria de los alumnos y en el resto de áreas. Ello conlleva una gestión de estos contenidos que nos conduce al segundo de los aspectos mencionados para facilitar la competencia matemática: cómo se aprenden los contenidos.

De nuevo, queremos evitar un discurso retórico que consista en dar consejos o recetas metodológicas para trabajar la competencia matemática en educación primaria. El maestro de esta etapa educativa es un profesional que mira hacia el futuro con ilusión, que se plantea interrogantes y nuevos retos, que reflexiona sobre lo que enseña, cómo lo enseña y para qué lo enseña, con la pretensión de ayudar a los alumnos a adquirir progresivamente esta competencia. Los documentos normativos nos amparan ante este perfil de maestro; por ejemplo, el Artículo 91 de la LOE (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006), relativo a las funciones del profesorado, menciona la investigación, la experimentación y la mejora continua de los procesos de enseñanza.

Las cinco experiencias de aula que presentamos tienen esta finalidad, es decir, pretenden ser buenas prácticas que sirvan de ejemplo para que cada maestro reflexione sobre su actividad docente y mejore progresivamente el proceso de enseñanza en el aula, adaptándolo a las necesidades del alumnado. Somos muy conscientes de que los cambios en educación no pueden ser de hoy para mañana; necesitan un tiempo para que los profesionales podamos, a través de procesos autorreguladores, ser conscientes de la propia acción (¿qué hago?); reflexionar sobre esta acción (¿por qué lo hago así?, ¿para qué?); conocer nuevas alternativas de intervención en el aula (¿cómo podría mejorar?); contrastarlas con la práctica actual (¿qué beneficios conlleva la alternativa respecto a la práctica actual?); ensayar la nueva práctica para adquirir seguridad y confianza, etc.

De Miguel (2006) ha formulado un decálogo de recomendaciones interesantes para promover el cambio metodológico en el marco del Espacio Europeo de Educación Superior y fácilmente transferible a la educación primaria (véase cuadro 3 en la página siguiente).

Estas recomendaciones pueden ser un buen andamio para iniciar procesos de reflexión –de manera individual, en el ciclo o en el claustro– que sirvan para que los maestros de educación primaria cambien aquellos aspectos de su práctica susceptibles de ser mejorados, con el objeto de ayudar al alumnado a ser progresivamente más competente.

DECÁLOGO DE RECOMENDACIONES SEGÚN DE MIGUEL (2006)

1. Un programa formativo debe centrarse en la adquisición de competencias básicas y específicas que sitúen a los alumnos en las mejores perspectivas de desarrollo personal y profesional.
2. La planificación de la metodología del proceso de enseñanza-aprendizaje (las modalidades, los métodos de enseñanza y los sistemas de evaluación) gira alrededor de las competencias establecidas.
3. La organización de la actividad docente debe contemplar modalidades diversas más allá de la simple dicotomía teoría/práctica.
4. La elección de los métodos de enseñanza debe fomentar como objetivo prioritario el trabajo autónomo de los alumnos.
5. Los sistemas y estrategias de evaluación deben cambiar, lo cual exige desarrollar instrumentación apropiada.
6. La incorporación de modelos didácticos centrados en la práctica y los proyectos es fundamental.
7. Educar en valores y actitudes desborda la propia técnica didáctica y nos sitúa en el terreno del crecimiento y el desarrollo personal del profesorado.
8. El cambio metodológico supone pasar de un modelo autocrático y de excelencia individual al modelo de la colegialidad.
9. El cambio metodológico exige un esfuerzo del profesorado que debe ser incentivado mediante el reconocimiento tanto de los logros como de los esfuerzos.
10. El cambio metodológico comienza por un cambio en la cultura académica e implica una revisión de los principios y valores esenciales de la vida escolar.

Referencias bibliográficas

- ALSINA, À. (2006): *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos*. Madrid. Narcea.
- BRUER, J.T. (1995): *Escuelas para pensar: una ciencia del aprendizaje en el aula*. Barcelona. Paidós.
- COLL, C. (2007): «Las competencias en la educación escolar: algo más que una moda y mucho menos que un remedio». *Aula de Innovación Educativa*, 161, pp. 34-39.
- DE MIGUEL, M. (2006): *Modalidades de enseñanza centradas en el desarrollo de competencias*. Oviedo. Universidad de Oviedo.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA (2006): *Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación* (BOE 106, de 4 de mayo de 2006).

NCTM (2006): *Curriculum Focal Points*. Reston. NCTM.

NISS, M. (2002): *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish Kom Project*. Roskilde. Roskilde University.

PUIG ADAM, P. (1956): *Didáctica matemática heurística*. Madrid. Institución de Formación del Profesorado de Enseñanza Laboral.